

## دراسة مقارنة لبعض معالجات مشكلتي الإزدواج الخطي والإرتباط الذاتي للبوآقي<sup>1</sup>

أ.د. مصطفى عبد المنعم الخواجة

استاذ الإحصاء

كلية التجارة - جامعة الاسكندرية

جمهورية مصر العربية

[Mostafa.elkhwaga@alexu.edu.eg](mailto:Mostafa.elkhwaga@alexu.edu.eg)

أ. محمد عبدالله حسين خميس

باحث ماجستير

قسم الاحصاء والرياضية والتأمين

كلية التجارة - جامعة الاسكندرية

[abdmohammed995@gmail.com](mailto:abdmohammed995@gmail.com)

د. احمد محمد قاروصة

مدرس بقسم الاحصاء والرياضة والتأمين

كلية التجارة - جامعة الاسكندرية

جمهورية مصر العربية

[Ahmed.karosa@alexu.edu.eg](mailto:Ahmed.karosa@alexu.edu.eg)

### ملخص البحث

تناولت هذه الدراسة مقارنة إداء مقدر  $r(k,d)$ class والذي يضم عدة مقدرات لمعالجة المشكلتي معاً ومقدر  $(r-k)$ class وطريقة المقدرات المجمعمة (CEM) Combined Estimators Method والمربعات الصغرى العادية Ordinary Least Square (OLS) عند وجود مشكلة الازدواج الخطي والارتباط الذاتي للاخطاء في البيانات. وتمت مقارنة إداء المقدرات من أجل الحصول على أفضل مقدر للتغلب على المشكلتي معاً بإستخدام معيار جذر متوسط مربعات الخطأ وتبين أن مقدر  $r(k,d)$ class أفضل مقدر ثم يليه مقدر (CEM).

### الكلمات الدالة

الانحدار الخطي المتعدد، المربعات الصغرى العادية، مقدر  $r(k,d)$ class، مقدر  $(r-k)$ class، مقدر طريقة المقدرات المجمعمة (CEM).

1 بحث مشتق من رسالة ماجستير بعنوان: كفاءة بعض مقدرات نموذج الانحدار الخطي في ظل وجود مشكلتي الارتباط السلسلي والازدواج الخطي - دراسة قياسية.

- تم تقديم البحث بتاريخ 2023/5/25 وتم قبوله للنشر بتاريخ 2023/7/14

## (1) المقدمة

أن تحليل الانحدار هو احد الاساليب الإحصائية لدراسة العلاقة بين المتغيرات حيث أن المتغير التابع هو داله في متغير واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة (Yan & Gang, 2009)، والهدف من تقدير القيمة المتوسطة للمتغير التابع القيمة المعروفة او الثابتة للمتغير المستقل بمعلومية قيمة المتغير المستقل. وتعد طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) أكثر استخداماً لتقدير معالم نموذج الانحدار الخطي، في ظل فروض معينه، (Gunst & Mason, 1979). ومن تلك الافتراضات أن المتغيرات المستقلة غير مرتبطة وأن حدود الخطأ غير مرتبطة. مع ذلك من الناحية العملية لا تتحقق هذه الافتراضات بالتالي حدوث مشكلة الازدواج الخطي والارتباط الذاتي. يعرف الازدواج الخطي بوجود علاقة خطيه بين المتغيرات المستقلة (Muhammad, Maria & Muhammad, 2013) من اثار الازدواج الخطي أن إداء مقدر طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) غير كفاء وتحتوي معاملات الانحدار على إخطاء معيارية كبيرة ولها اشارت خاطئة (Gujarati, 2003) ولمعالجة هذه المشكلة هناك عديد من المقدرات مثل Principal Components(PC) من قبل Massey في عام 1965 ومقدر المربعات الجزئية من قبل Wold في عام 1966 ومقدر ريدج الذي قدمه Hoerl & Kennard(1970) وقام Liu(1993) بدمج مقدر Stein مع مقدر انحدار ريدج العادي Ordinary Ridge Regression (ORR) لغرض لمعالجة الازدواج الخطي.

تحدث مشكلة الارتباط الذاتي نتيجة عدم تحقق الافتراض الخاص باستقلال حدود الأخطاء العشوائية في نموذج الانحدار الخطي و فرضية إستقلالية حدود الخطأ العشوائي تأخذ الشكل التالي:

$$E(U_i, U_j) = 0 \quad \forall i \neq j \quad (1)$$

والذي يمكن تعريف الارتباط الذاتي بين الأخطاء على انه ارتباط بين قيم السلسلة الزمنية نفسها وعبر فترات زمنية مرتدة (Koutsoyiannis, 1977).

أما عدم تحقق شرط الأستقلال المتبادل يؤدي إلى وجود الارتباط الذاتي للبيانات مما يجعل المقدر في هذه الحالة أقل كفاءة وذلك لأن تباين المقدر يتأثر بوجود الارتباط الذاتي وتصبح التقديرات فترة الثقة أقل مصداقية رغم الارتباط الذاتي للبيانات لا يؤثر في عدم التحيز المقدر أو إتساقه. من أجل معالجة مشكلة الارتباط الذاتي غالبا ما يتم استخدام طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) (Greene, 2003; Generalized least squares method) (Wooldridge, 2002)، ويمكن أن توجد المشكلتين بشكل مشترك في نموذج الانحدار (Hussein, 2009) (Firinguetti, 1989) ويتم تقدير نموذج الانحدار في ظل مشاكل القياس واستخدام طرق التقدير المختلفة ولكن كل مشكلة على حده، ولمعالجة الازدواج الخطي استخدام مقدر انحدار ريدج تعطي مقدرات متحيزة ويمكن أن يكون ادائها بشكل أفضل من الطرق الاخرى. قام Hussein (2005) باستخدام مقدر ذات المرحتين للتعامل مع الارتباط

الذاتي وتم استخدام مقدر انحدار ريدج Ridge وانحدار المكونات الرئيسية (PC) Principal Components وانحدار الجذور الكامنة للتعامل مع مشكلة الأزواج الخطي. وبعد ذلك تم التوصل الى إيجاد طرق تقدير جديدة مدمجة لمعالجة المشكلتين الارتباط الذاتي مابين الاخطاء والأزواج الخطي بين المتغيرات المستقلة عند ظهور المشكلتين معاً، وقد تم التوصل بأن الدمج سوف ينتج عنه مقدرات ذات خصائص جيدة وبالتالي الحصول على أفضل مقدر. أن أول من قام بإيجاد طريقة لمعالجة هاتين المشكلتين (1984) Trenkler وذلك عن طريق دمج مقدر انحدار ريدج مع مقدر المكونات الرئيسية Principal Components Estimator مع مقدر المربعات الصغرى المعممة. وقدم (2016) Arowolo, Adewale, & Kayode مقدر المربعات الجزئية ذات المرحلتين لتعامل بشكل مشترك مع المشكلتين. وقدم (2015) Huang & Yang مقدرًا لمعالجة مشكلة الأزواج الخطي والارتباط الذاتي من خلال تعميم مقدر المكونات الرئيسية ذو المعلمتين PCTP - Parameter Generalized Two - Principal Components في نموذج الانحدار الخطي في ظل وجود المشكلتين معاً حيث قاما بدمج مقدر المكونات الرئيسية (PC) مع مقدر ذات المعلمتين Two - Parameter Generalized least square المعممة (GLS) ومن خلال المقارنة بين مقدر المربعات الصغرى المعممة ومقدر انحدار المكونات الرئيسية ومقدر (r-k) ومقدر (r-d) من خلال نتائج المحاكاة تبين ان مقدر (PCTP) أكثر كفاءة من المقدرات الأخرى وفقاً لمعيار متوسط مربعات الخطأ. قدم (2020) Oyewole & Agunbiode مقدر Ridge (GR) - GLS لمعالجة مشكلة الارتباط الذاتي في وقت واحد من خلال دمج المربعات الصغرى المعممة (GLS) مع مقدر انحدار ريدج Ridge Regression وتكون معلمة المقدر المقترح (k) وتم مقارنة المقدر مع مقدر المربعات الصغرى المعممة وانحدار ريدج وانحدار لاسو Lasso Regression ومن خلال دراسة المحاكاة بينت النتائج أن مقدر (GR) أفضل من المقدرات التي تم المقارنة بينهما وفقاً لمعيار متوسط مربعات الخطأ وكذلك من خلال معيار Akaike Information Criterion (AIC) هو أفضل مقدر. قدم Ahmed, Ali, & Amal (2021) مقدر Almost Unbiased Liu Principal Components Regression (AULPCR) حيث قاموا بدمج كل من مقدر المربعات الصغرى المعممة (GLS) ومقدر انحدار المكونات الرئيسية (PCR) Principal Components Regression ومقدر ليو غير المتحيز تقريباً Almost Unbiased Liu Estimator ومن خلال تطبيق الدراسة لإيجاد أفضل مقدر لمعالجة المشكلتين تبين أن المقدر (AULPCR) ومقدر انحدار المكونات الرئيسية (PCR) هو أفضل مقدرين من خلال المقارنة مع بقية المقدرات وفقاً لمعيار متوسط مربعات الخطأ. قدم Dawoud (2023) مقدر Generalized Biased (GB) لمعالجة مشكلة الارتباط الذاتي بين الاخطاء والأزواج الخطي بين المتغيرات المستقلة، ومن خلال مقارنة اداء المقدر (GB) مع مقدر المربعات الصغرى المعممة ومقدر انحدار ريدج المعمم ومقدر ليو المعمم وتم اختيار مقدرات للمعلمتين K و d للمقدر (GB) ومن خلال دراسة المحاكاة تبينت النتائج أن المقدر (GB) أفضل من المقدرات المعممة وفقاً لمعيار متوسط مربعات الخطأ.

## (2) نموذج الانحدار Regression Model

يعد تحليل الانحدار الخطي من أساسيات علم الإحصاء وأسلوباً مهماً من أساليب الإحصاء التطبيقي، ويعد واحد من الاساليب الإحصائية الأكثر شيوعاً وأستخداماً حيث يعمل على تحليل الظواهر لاسيما مع توافر البرامج الإحصائية الجاهزة والتي جعلت امكانية تجهيز نتائج تحليل الانحدار سهلة وسريعة فعند دراسة اي ظاهرة يجب تحديد العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع ويستخدم الانحدار للتنبؤ بقيمة المتغير التابع، ويعتبر نموذج الانحدار الخطي المتعدد من النماذج الخطية المستخدمة في تحليل البيانات والذي يأخذ بالشكل التالي:

$$Y_{n,1} = X_{n,p} \beta_{p,1} + U_{n,1} \quad (2)$$

حيث

$Y_{n,1}$ : يمثل متجه مشاهدات المتغير التابع من الرتبة  $(n \times 1)$ .

$X_{n,p}$ : تمثل مصفوفة المتغيرات المستقلة من الرتبة  $(n \times p)$ .

$\beta_{p,1}$ : تمثل متجه معلمات نموذج الانحدار من الرتبة  $(p \times 1)$ .

$U_{n,1}$ : تمثل متجه حد الخطأ العشوائي من الرتبة  $(n \times 1)$ .

يفترض وجود ارتباط بين المتغيرات المستقلة ويوجد لها ايضاً خطأ عشوائي التي تتبع نموذج الانحدار الذاتي (AR1) ويأخذ الشكل التالي

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t \quad (3)$$

وحيث تكون قيمه  $-1 < \rho < 1$

$\epsilon_t$ : تمثل حد الخطأ المنقى والذي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين  $(\sigma^2 I)$ .

$\rho$ : معامل الارتباط الذاتي.

للكشف عن مشكلة الارتباط الذاتي استخدام اختبار درين واتسون Durbin-Watson ويعد هذا الاختبار من أكثر الإختبارات شيوعاً لسهولة تطبيقه، ويستخدم هذا الاختبار في تحديد الارتباط الذاتي للأخطاء من الدرجة الاولى (Gujarati & Porter, 2008).

فروض الاختبار حيث أن الفرض العدمي القائل

$$H_0: \rho = 0$$

لايوجد ارتباط ذاتي من الدرجة الاولى بين البواق

أما الفرض البديل

$$H_1: \rho \neq 0$$

يوجد ارتباط ذاتي من الدرجة الاولى بين البواق

من أجل اختبار فروض لابد من حساب إحصائية الاختبار والتي تأخذ الشكل التالي:

$$D.W = 2(1 - \hat{\rho}) \quad (3)$$

نجد أن إحصائية الاختبار تنحصر بين (0 و 4) عندما تكون قيمة إحصائية الاختبار درين واتسون قريبة من الصفر دل ذلك على وجود ارتباط ذاتي موجب في حين كلما كانت إحصائية الاختبار قريبة من (4) دل ذلك على وجود ارتباط ذاتي سالب، أما إذا كانت قيمة إحصائية الاختبار أقتربت من (2) دل ذلك على عدم وجود ارتباط ذاتي.

وللكشف عن مشكلة الازدواج الخطي هناك عدة أساليب منها مقاييس تضخم تباينات معاملات الانحدار Variance Inflation Factor (VIF) ويعتبر هذا المقياس من الطرق الأساسية للكشف عن مشكلة الازدواج الخطي وهو يقيس مدى تضخم تباينات معاملات الانحدار المقدرة عند وجود ارتباط خطي بين المتغيرات المستقلة (Gujarati, 2003) ، ويمكن إيجاد من خلال الصيغة التالية:

$$VIF = \frac{1}{1-R_j^2} \quad (4)$$

والاعتماد على معامل التحديد R كلما أقترب من الواحد الصحيح فإن VIF يقترب من المالا نهاية أي أنه كلما زاد الازدواج الخطي كلما زاد تباين المقدر ونهايته تؤول الى المالا نهاية، فإذا كانت قيمة معامل التحديد كبيرة وهذا يعني أن المتغير المستقل  $X_i$  له ارتباط قوي بين المتغيرات المستقلة الأخرى، ولقد أشار Ronald & Jeffrey (2006) إلى زيادة قيمة VIF عن (10) يدل على أن هناك مشكلة الازدواج الخطي.

### (3) مربعات الصغرى العادية Ordinary Least Square

تعد طريقة المربعات الصغرى من الطرق المهمة والاكثر شيوعاً لتقدير معالم نموذج الانحدار الخطي المتعدد، إذ تتميز هذه الطريقة بخصائص جيدة جعلتها من أفضل الطرق وأوسعها استخداماً، وتعتمد هذه الطريقة على مبدأ تصغير مجموع مربعات انحرافات القيم الحقيقية عن القيم المقدرة إلى أقل ما يمكن ويأخذ المقدر المربعات الصغرى العادية الشكل التالي:

$$\hat{\beta}_{p,1} = (X_{n,p}X_{n,p})^{-1} X_{n,p}Y_{n,1} \quad (5)$$

عندما تكون هناك مشكلة الازدواج الخطي تكون مصفوفة  $X_{n,p}X_{n,p}$  في حالتها المعتلة ill-conditioned وتقدير معاملات الانحدار تمتلك خطأ معيارياً كبير. وبشكل عام يكون مقدر المربعات الصغرى العادية غير كفاء عندما يكون هناك ازدواج خطي بين المتغيرات المستقلة، وعندما تكون هناك مشكلة الارتباط الذاتي فإن مقدر المربعات الصغرى العادية على الرغم من أنه خطي وغير متحيز لم يعد له حد أدنى من التباين بين جميع المقدرات الخطية غير المتحيزة (Gujarati, 2003) وبالتالي قد لا يكون اختبار t واختبار f صحيحين.

#### (4) طريقة المقدرات مجمعة (CEM) Combined Estimators Method

للتعامل مع المشكلتين بشكل مشترك يتم الجمع بين مقدر المربعات الصغرى ذو مرحلتين مع تقنيات التقدير المتحيزة التالية.

حيث قاما بدمج مقدر ذو المرحلتين مع مقدر انحدار المكونات الرئيسية ومقدر المربعات الصغرى الجزئية ولتكوين مقدر انحدار المكونات الرئيسية ذو مرحلتين ومقدر المربعات الصغرى الجزئية ذو مرحلتين ويتم الحصول عليه كما ذكر (Arowolo *et al*, 2016) بالخطوات على النحو التالي:

- الحصول على نموذج الانحدار الخطي المقدر باستخدام طريقة OLS.
- استخدم مقدر معامل الارتباط الذاتي  $\rho$  لتحويل متغيرات النموذج والحصول على المتغيرات الجديدة.
- تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية والحصول على مقدر OLS لتقدير النموذج بعد تحويل المتغيرات.
- استخدام اختبار ديربن واتسون للتأكد من وجود الارتباط الذاتي.
- اذا تم حل مشكلة الارتباط الذاتي يتم تطبيق أسلوب التقدير المتحيز على المتغيرات بعد التحويل.

#### (5) مقدر class (r-k)

اقترح Baye & parker (1948) مقدر class (r-k) وتتضمن هذه الطريقة دمج ثلاث مقدرات وهم: مقدر المربعات الصغرى العادية (OLS) ومقدر انحدار ريدج العادي (ORR) حيث أن انحدار ريدج يعمل على فك الارتباطات بين المتغيرات المستقلة لغرض التغلب على مشكلة الازدواج الخطي و يعتمد انحدار ريدج على اضافة مقدار ثابت ( $k$ ) إلى عناصر القطر الرئيسي للمصفوفة  $(\hat{X}_{n,p}X_{n,p})$  قبل أخذ معكوسها ومقدر المكونات الرئيسية (PCR) من المقدرات المستخدمة لمعالجة مشكلة الازدواج الخطي بين المتغيرات المستقلة فهي تحول المتغيرات التي ترتبط مع بعضها بعلاقة خطية الى مكونات خطية مستقلة ويأخذ المقدر class (r-k) الشكل الآتي:

$$\hat{\beta}_r(k) = T_{r,r}(T'_{r,r}\hat{X}_{n,p}X_{n,p}T_{r,r} + kI_{r,r})^{-1}T'_{r,r}\hat{X}_{n,p}Y_{n,1} \quad K \geq 0 \quad r \leq p \quad (6)$$

حيث

$T_{r,r}$ : تمثل مصفوفة متعامده من الدرجة  $(r \times r)$  ،  $0 \leq r \leq p$  .

$I_{r,r}$ : تمثل مصفوفة الوحدة من الدرجة  $r \times r$  .

$k$ : يمثل مقدار ثابت ويعبر عن التحيز في المقدرات.

كما قام Şiray, Kaçiranlar, & Sakallıoğlu (2014) بتعميم هذا المقدر بإضافة مقدرات المربعات الصغرى المعممة (GLS) بدلاً من مقدر المربعات الصغرى العادية ، ليصبح المقدر الجديد قادراً على التخلص من مشكلة الارتباط الذاتي أيضاً. وبفرض وجود المصفوفة المتعامدة  $T$  ويأخذ المقدر  $(r-k)$  class الشكل التالي:

$$\hat{\beta}_r(k) = T_{r,r}(T'_{r,r}X'_{n,p} V_{n,n}^{-1} X_{n,p} T_{r,r} + kI_{r,r})^{-1}T'_{r,r}X'_{n,p}V_{n,n}^{-1} Y_{n,1} \quad (7)$$

حيث

$V_{n,n}^{-1}$ : تمثل مصفوفة الارتباط من الدرجة  $n \times n$ .

### (6) مقدر $r-(k,d)$ class

أقترح Chandra & Tyagi (2017) مقدر جديد يقوم بمعالجة مشكلتي الازدواج الخطي والارتباط الذاتي معاً، ويتكون المقدر من عدة مقدرات وهم: مقدر المربعات الصغرى العادية (OLS) ومقدر انحدار ريدج العادي (ORR) ومقدر انحدار المكونات الرئيسية (PCR) ومقدر ليو Liu مقدرًا متحيزاً ويتميز مقدر ليو (LE) على مقدر انحدار ريدج في أن  $\hat{\beta}(d)$  دالة خطية في  $d$ ، وبالتالي من الأسهل اختيار  $d$  في  $\hat{\beta}(d)$  مقارنة بأختيار  $k$  في  $\hat{\beta}(k)$  ، والمقدر ذات المعلمتين (TP) يقوم هذا المقدر على معالجة مشكلة الازدواج الخطي الشبه تام ومقدر المربعات الصغرى المعممة (GLS) تقوم هذه الطريقة على معالجة الارتباط الذاتي ومقدر  $(r-d)$  class وهو مقدر بديل لمقدر  $(r-k)$  class من خلال دمج مقدر ليو مع مقدرات المكونات الرئيسية ومقدر  $(r-k)$  class هو عبارة عن مجموعة من المقدرات المدمجة للتغلب على المشكلتين معاً ويأخذ المقدر الشكل التالي:

$$\tilde{\beta}_r(k, d) = T_{r,r}(T'_{r,r}X'_{n,p} V_{n,n}^{-1}X_{n,p} T_{r,r} + kI_{r,r})^{-1}(T'_{r,r} X'_{n,p} V_{n,n}^{-1} X_{n,p} T_{r,r})^{-1}(T'_{r,r} X'_{n,p} V_{n,n}^{-1} X_{n,p} T_{r,r} + kdI_{r,r})T'_{r,r}X'_{n,p} V_{n,n}^{-1}Y_{n,1} \quad (8)$$

حيث

$d$ : تمثل معلمة ليو وتكون قيمتها  $0 < d < 1$ .

### (7) نتائج الدراسة

تناولنا بعض المقدرات التي تتغلب على مشكلة الازدواج الخطي والارتباط الذاتي في البيانات والمقارنة بين المقدرات المستخدمة للتقدير يتم تقدير نموذج الانحدار الخطي المتعدد وفقاً لبيانات قطاع الزراعة في جمهورية العراق عن انتاج القمح في الفترة الزمنية من عام 2017 إلى عام 2021 وعن 15 محافظة. وتتمثل الدراسة التطبيقية بعدة خطوات تبدأ برصد خمسة متغيرات على النحو التالي:

- كمية انتاج القمح: وهو المتغير التابع يرمز له ( $Y$ ) في الدراسة ويعبر عن الكمية بالطن.

- المساحة المحصورة: ويمثل المتغير المستقل الأول ويرمز له ( $X_1$ ) في الدراسة ويعبر عنه بالدونم.
- المساحة الاجمالية: وتمثل المتغير المستقل الثاني ويرمز له ( $X_2$ ) في الدراسة ويعبر عنه بالدونم.
- كمية انتاج الشعير: ويمثل المتغير المستقل الثالث ويرمز له ( $X_3$ ) في الدراسة ويعبر عن الكمية بالطن.
- كمية انتاج الذرة: ويمثل المتغير المستقل الرابع ويرمز له ( $X_4$ ) في الدراسة ويعبر عن الكمية بالطن.

ولتقدير معالم نموذج الانحدار باستخدام البرنامج MATLAB 2020 وتم استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية OLS وثلاث مقدرات مدمجة للتغلب على مشكلتي الإزدواج الخطي والإرتباط الذاتي في الدراسة التطبيقية وهم: طريقة المقدرات مجمعة (CEM) ومقدر (r-k)class ومقدر r-(k,d)class. وذلك لمقارنة وتقييم أداء المقدرات المدمجة في مدى التغلب على مشكلتي القياس محل الدراسة وذلك بالاعتماد على معيار جذر متوسط مربعات الخطأ وكذلك الخطأ المعياري للمقدرات. ويستدل على وجود مشكلة الإزدواج الخطي من خلال معامل التضخم (Vif) فإذا كانت قيمة معامل التضخم المناظرة لمتغير مستقل ما أكبر من 5 دل ذلك على وجود مشكلة إزدواج خطي بسبب ذلك المتغير المستقل. كما يستدل على مدى وجود الارتباط الذاتي من خلال اختبار ديرين واتسون وقيمة احصائية الاختبار له فإذا كانت قيمة (DW) تساوي 2 دل ذلك على عدم وجود ارتباط ذاتي، وإذا كانت كانت قيمة (DW) أكبر من 2 دل ذلك على وجود ارتباط ذاتي سالب بينما إذا كانت كانت قيمة (DW) تساوي أقل من 2 دل ذلك على وجود ارتباط ذاتي موجب. أو من خلال القيمة الاحتمالية (p-value) فإذا كانت القيمة الاحتمالية أقل من 5% قيمة مستوى المعنوية دل ذلك على قبول الفرض البديل القائل بأنه يوجد ارتباط ذاتي بين المشاهدات.

ويوضح الجدول التالي ملخص نتائج تقدير معاملات النموذج باستخدام معادلة رقم (5) الخاصة بطريقة المربعات الصغرى العادية.

جدول 1: تقدير معاملات النموذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية

| Variables                 | Coefficient | Standard. Error           | T-test  | Sig.                         | VIF       |
|---------------------------|-------------|---------------------------|---------|------------------------------|-----------|
| X1                        | 1.3597      | 0.1092                    | 12.4527 | 0.0000                       | 2960.5500 |
| X2                        | -0.3878     | 0.1078                    | -3.5981 | 0.9997                       | 348.2741  |
| X3                        | -0.0143     | 0.0097                    | -1.4825 | 0.9288                       | 2.8850    |
| X4                        | 0.0224      | 0.0049                    | 4.5657  | 0.0000                       | 1.1381    |
| Rsq= 0.5303               |             | DW =0.1723 (0.000)        |         | Jarque-Bera= 204.1924(0.001) |           |
| RsqAdj= 0.5104            |             | White test =33.74 (0.000) |         | F(3,74)= 60.07262 (0.000)    |           |
| T-table(74,0.05) = 1.6657 |             |                           |         |                              |           |

يبين جدول رقم (1) تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية في تقدير معاملات النموذج وللحكم على جودة توفيق النموذج تستخدم عدة معايير احصائية مثل: اختبارات الفروض الخاصة بمعنوية كل معامل من معاملات الانحدار، وكذلك اختبار معنوية نموذج الانحدار ككل ويتضح من خلال القيمة الاحتمالية وتكون أقل من 5% لإختبار F أي أن النموذج معنوي، وبعض المقاييس الاحصائية لتقييم نموذج الانحدار الخطي المتعدد. ويتضح أيضاً أن قيمة معامل التضخم (VIF) لكل من المتغير المستقل ( $X_1$ ) والمتغير المستقل ( $X_2$ ) أكبر من 5 مما يدل على وجود ازدواج خطي فعال بسبب المتغيرين ( $X_2, X_1$ ). وقد بلغت قيمة احصائية درين واتسون 0.17 وهي قيمة بعيدة نسبياً عن الرقم 2 مما يدل على وجود مشكلة الارتباط الذاتي، ومن خلال القيمة الاحتمالية لأحصائية Jarque-Bera يتضح أن البواقي تتبع التوزيع الطبيعي.

وباستخدام بعض المقدرات المدمجة التي ذكرت في الدراسات السابقة للتغلب على مشكلتي الازدواج الخطي والارتباط الذاتي مثل طريقة المقدرات مجمعة (CEM) ومقدر (r-k) class ومقدر r-(k,d) class والجدول التالي ملخص لمعاملات الانحدار المقدرة في ظل طريقة المقدرات مجمعة (CEM) المدمجة.

جدول 2: تقدير معاملات النموذج باستخدام طريقة المقدرات المجمعة CEM

| Variables                 | Coefficient | Standard. Error           | T-test | Sig.                         | VIF      |
|---------------------------|-------------|---------------------------|--------|------------------------------|----------|
| X1                        | 0.4731      | 0.1505                    | 3.1432 | 0.0012                       | 802.3484 |
| X2                        | 0.4807      | 0.1486                    | 3.2358 | 0.0009                       | 916.5839 |
| X3                        | 0.0068      | 0.0133                    | 0.5084 | 0.3063                       | 2.8588   |
| X4                        | 0.0193      | 0.0068                    | 2.8522 | 0.0028                       | 1.1429   |
| Rsqr= 0.9952              |             | DW = 1.6010(0.0792)       |        | Jarque-Bera= 137.9322(0.001) |          |
| RsqrAdj= 0.9950           |             | White test = 35.89(0.000) |        | F(3,74)= 2942.217 (0.000)    |          |
| T-table(74,0.05) = 1.6657 |             |                           |        |                              |          |

من خلال نتائج جدول رقم (2) والذي يبين تطبيق طريقة المقدرات مجمعة (CEM) في تقدير معاملات النموذج، إذ يلاحظ أن المتغير المستقل ( $X_1$ ) والمتغير المستقل ( $X_2$ ) والمتغير المستقل ( $X_4$ ) كان لهم تأثير معنوي على المتغير التابع. وذلك لأن القيمة الاحتمالية لهم أقل من 5% كما بلغت قيمة معامل ( $X_1$ ) 0.4731 بمقدار خطأ معياري 0.1505، وكذلك بلغت قيمة معامل المتغير ( $X_2$ ) 0.4807 بمقدار خطأ معياري 0.1486 كما أن قيمة معامل المتغير ( $X_4$ ) 0.0193 بخطأ معياري 0.0068. بينما ما يخص المتغير ( $X_3$ ) فليس له تأثير معنوي على النموذج

وذلك لأن القيمة الاحتمالية له أكبر من 5%. ويتضح كذلك من خلال القيمة الاحتمالية لإختبار F اصغر من 5% اي أن النموذج معنوي.

وبالنسبة لمشكلة الإزدواج الخطي فإن قيمة معامل التضخم (VIF) لكل من المتغير المستقل ( $X_1$ ) والمتغير المستقل ( $X_2$ ) أكبر من 5 مما يدل على وجود ازدواج خطي فعال بسبب المتغيرين ( $X_2, X_1$ ). إذن طريقة المقدرات مجمعة (CEM) حسنت من أداء المتغير ( $X_2$ ) وأصبح له تأثير معنوي على المتغير التابع ويستدل على ذلك من خلال القيمة الاحتمالية لهذا المتغير وتساوي 0.0009 مما يؤكد على معنوية المعلمة  $\beta_2$ .

ويوضح الجدول التالي ملخص نتائج تقدير معاملات النموذج باستخدام معادلة رقم (7) الخاصة بمقدر (r-k) class.

جدول 3: تقدير معاملات النموذج باستخدام المقدر (r-k) class

| Variables                        | Coefficient | Standard. Error           | T-test    | Sig.                         | VIF      |
|----------------------------------|-------------|---------------------------|-----------|------------------------------|----------|
| X1                               | 0.4720      | 0.1508                    | 3.1305    | 0.0012                       | 726.4681 |
| X2                               | 0.4796      | 0.1488                    | 3.2225    | 0.0009                       | 828.7030 |
| X3                               | 0.0083      | 0.0134                    | 0.6228    | 0.2677                       | 2.8601   |
| X4                               | 0.0215      | 0.0068                    | 3.1711    | 0.0011                       | 1.1452   |
| <b>Rsq= 0.9950</b>               |             | DW=1.6086                 | (0.0852 ) | Jarque-Bera=131.3685(0.001)  |          |
| <b>RsqAdj= 0.9948</b>            |             | White test = 39.71(0.000) |           | F(3,74)= 2477.060488 (0.000) |          |
| <b>T-table(74,0.05) = 1.6657</b> |             |                           |           |                              |          |

من خلال نتائج جدول رقم (3) والذي يبين تطبيق الطريقة المدمجة (r-k) class في تقدير معاملات النموذج، إذ يلاحظ أن المتغير المستقل ( $X_1$ ) والمتغير المستقل ( $X_2$ ) والمتغير المستقل ( $X_4$ ) كان لهم تأثير معنوي على المتغير التابع. وذلك لأن القيمة الاحتمالية لهم أقل من 5% كما بلغت قيمة معامل ( $X_1$ ) 0.4720 بمقدار خطأ معياري 0.1508، وكذلك بلغت قيمة معامل المتغير ( $X_2$ ) 0.4796 بمقدار خطأ معياري 0.1488 كما أن قيمة معامل المتغير ( $X_4$ ) 0.0215 بخطأ معياري 0.0068. بينما ما يخص المتغير ( $X_3$ ) فليس له تأثير معنوي على النموذج وذلك لأن القيمة الاحتمالية له أكبر من 5%.

وبالنسبة لمشكلة الإزدواج الخطي فإن قيمة معامل التضخم (VIF) لكل من المتغير المستقل ( $X_1$ ) والمتغير المستقل ( $X_2$ ) أكبر من 5 مما يدل على وجود ازدواج خطي فعال بسبب المتغيرين ( $X_2, X_1$ ). إذن الطريقة المدمجة (r-

class (k) حسنت من أداء المتغير ( $X_2$ ) وأصبح له تأثير معنوي على المتغير التابع بالمقارنة بمقدر (OLS) ويستدل على ذلك من خلال القيمة الاحتمالية لهذا المتغير وتساوي 0.0009 مما يؤكد على معنوية المعلمة  $\beta_2$ . يوضح الجدول التالي تقدير معاملات نموذج الانحدار باستخدام المعادلة رقم (8) الخاصة بمقدر r-(k,d).

جدول 4: تقدير معاملات النموذج باستخدام المقدر r-(k,d)

| Variables                        | Coefficient | Standard. Error           | T-test | Sig.                         | VIF      |
|----------------------------------|-------------|---------------------------|--------|------------------------------|----------|
| X1                               | 0.4752      | 0.1501                    | 3.1651 | 0.0011                       | 831.3748 |
| X2                               | 0.4829      | 0.1482                    | 3.2588 | 0.0008                       | 950.0899 |
| X3                               | 0.0018      | 0.0133                    | 0.1322 | 0.4476                       | 2.8583   |
| X4                               | 0.0186      | 0.0068                    | 2.7520 | 0.0037                       | 1.1421   |
| <b>Rsq= 0.9955</b>               |             | DW = 1.6707 (0.1486)      |        | Jarque-Bera=161.39326(0.001) |          |
| <b>RsqAdj= 0.9953</b>            |             | White test = 37.63(0.000) |        | F(3,74)= 9062.4908 (0.000)   |          |
| <b>T-table(74,0.05) = 1.6657</b> |             |                           |        |                              |          |

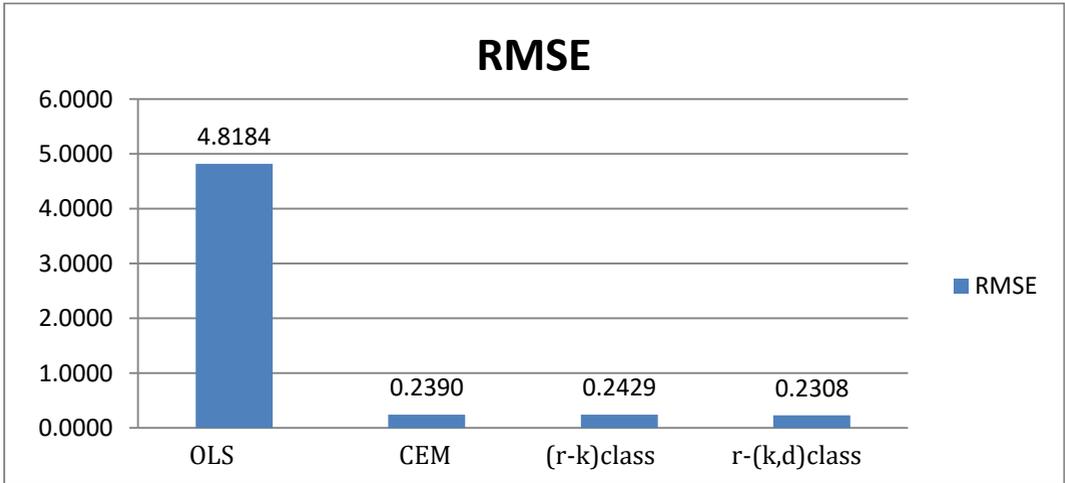
من خلال نتائج جدول رقم (4) والذي يبين تطبيق الطريقة المدمجة r-(k,d) class في تقدير معاملات النموذج، إذ يلاحظ أن المتغير المستقل ( $X_1$ ) والمتغير المستقل ( $X_2$ ) والمتغير المستقل ( $X_4$ ) كان لهم تأثير معنوي على المتغير التابع. وذلك لأن القيمة الاحتمالية لهم أقل من 5% كما بلغت قيمة معامل ( $X_1$ ) 0.4752 بمقدار خطأ معياري 0.1501. وكذلك بلغت قيمة معامل المتغير ( $X_2$ ) 0.4829 بمقدار خطأ معياري 0.1482 كما أن قيمة معامل المتغير ( $X_4$ ) 0.0186 بخطأ معياري 0.0068. بينما ما يخص المتغير ( $X_3$ ) فليس له تأثير معنوي على النموذج وذلك لأن القيمة الاحتمالية له أكبر من 5%.

وبالنسبة لمشكلة الأزواج الخطي فإن قيمة معامل التضخم (VIF) لكل من المتغير المستقل ( $X_1$ ) والمتغير المستقل ( $X_2$ ) أكبر من 5 مما يدل على وجود أزواج خطي فعال بسبب المتغيرين ( $X_2, X_1$ ). إذن الطريقة المدمجة r-(k,d) class حسنت من أداء المتغير ( $X_2$ ) وأصبح له تأثير معنوي على المتغير التابع بالمقارنة بمقدر (OLS) ويستدل على ذلك من خلال القيمة الاحتمالية لهذا المتغير وتساوي 0.0008 مما يؤكد على معنوية المعلمة  $\beta_2$ . كما أن استخدام طريقة r-(k,d) class للتقدير قللت من الأزواج الخطي المتسبب فيه المتغير المستقل ( $X_1$ ) ويستدل على ذلك من خلال إنخفاض قيمة معامل التضخم (VIF) من 2960.5 إلى 831.3748. ولكن بالرغم من ظهور المتغير المستقل

$(X_2)$  كمعنوي في دراسة العلاقة بينه وبين المتغير التابع إلا أن الإزدواج الخطي المتسبب فيه ذلك المتغير زاد تأثيره وبشدة لأن قيمة (VIF) ارتفعت من 348.27 إلى 950.089 .

وفقاً لاختبار دربن واتسون للكشف عن مشكلة الارتباط الذاتي وجد أن قيمة الاحصائية DW 0.1723 وهي قيمة أقل من 2 مما يدل على وجود ارتباط ذاتي موجب ومن خلال القيمة الاحتمالية والتي تساوي صفر وهي قيمة أقل من 5% فإنه يتم رفض فرض العدم ومن ثم قبول الفرض البديل القائل بأنه يوجد ارتباط ذاتي بين حدود الخطأ في النموذج. بينما في ظل طريقة المقدرات مجمعة (CEM) وجد أن قيمة الاحصائية DW ارتفعت إلى 1.6010 والقيمة الاحتمالية والتي تساوي 0.0792 وهي قيمة أكبر من 5% مما يدل على قبول فرض العدم القائل بأنه لا يوجد ارتباط ذاتي بين حدود الخطأ العشوائي. وفي ظل المقدرات المدمجة (r-k) class وجد أن قيمة الاحصائية DW ارتفعت من 0.1723 إلى 1.6086 والقيمة الاحتمالية والتي تساوي 0.0852 وهي قيمة أكبر من 5% مما يدل على قبول فرض العدم القائل بأنه لا يوجد ارتباط ذاتي بين حدود الخطأ العشوائي. وفي ظل المقدرات المدمجة r-(k,d) class وجد أيضاً تحسناً في قيمة الاحصائية DW والتي ارتفعت من 0.1723 إلى 1.6707 والقيمة الاحتمالية والتي تساوي 0.1486 وهي قيمة أكبر من 5% مما يدل على قبول فرض العدم القائل بأنه لا يوجد ارتباط ذاتي بين حدود الخطأ العشوائي (حسين، 2023).

للمقارنة بين اداء المقدرات التي تتغلبت على المشكلتين استخدام معيار جذر متوسط مربعات الخطأ لغرض معرفة أفضل مقدر من بين المقدرات الدراسة من خلال الشكل ادناه.



شكل 1: مقارنة طرق التقدير المختلفة بواسطة جذر متوسط مربعات الخطأ (RMSE)

ويتضح من هذا الشكل أنه بمقارنة أداء المقدرات المدمجة مع مقدر المربعات الصغرى فإن مقدر المربعات الصغرى غير كفاء للغاية في ظل مشكلتي الازدواج الخطي والارتباط الذاتي، بينما بمقارنة أداء المقدرات المدمجة وبعضها البعض يلاحظ أن المقدر  $r-(k,d)$  class هو أفضل المقدرات المدمجة حيث يصاحب هذا المقدر قيمة (RMSE=0.2308) وهي أقل قيمة في ظل المقدرات محل الدراسة. كما يقترب أداء المقدرين  $r-(k,d)$  class و (CEM) وفقاً لمعيار RMSE إلا أن المقدر  $r-(k,d)$  class هو الأفضل.

## (8) الخلاصة

كدراسة مستخلصة من رسالة ماجستير الباحث ويعتبر وجود الازدواج الخطي والارتباط الذاتي من أكثر المشاكل تأثيراً في تحليل الانحدار الخطي. وعلى الرغم من تعدد الطرق المتاحة لعلاج كل مشكلة من المشكلتين بشكل منفصل، إلا في الواقع عادة ما تحدث المشكلتان آنياً. وكطريقة لعلاج المشكلتين يتم استخدام المقدرات المدمجة للتغلب على المشكلتين معاً وفي هذه الدراسة تم أخذ ثلاث مقدرات تمتلك القدرة على معالجة مشكلتين الازدواج الخطي والارتباط الذاتي معاً وتمت المقارنة أداء مقدر  $r-(k,d)$  class ومقدر  $r-k)$  class مع طريقة المقدرات مجمعة (CEM) ومن خلال النتائج التي تم الحصول عليها من الدراسة التطبيقية ان أفضل مقدر هو  $r(k-d)$  class ومن ثم يأتي بعد (CEM) وفي المرتبة الاخيرة ومقدر  $r-k)$  class وفقاً لمعيار جذر متوسط مربعات الخطأ. وقد كان لهذه المقدرات صفات جيدة كونها تمتلك متوسط مربعات خطأ منخفض وقد كان تفوقها على بعضها بمقادير ضئيلة نسبياً ولكافة مستويات التحليل والذي يجعل من اختيار احدى هذه المقدرات في التطبيقات متساوية من حيث الكفاءة ويعود ذلك لكون عملية الدمج اعتمدت في اساسها على نفس المقدرات الرئيسية التي اشتقت منها.

## (9) التوصيات

1. يوصي بضرورة اتباع تلك الطرق المدمجة المذكورة في الدراسة في حالة وجود مشكلة الازدواج الخطي والارتباط الذاتي معاً في البيانات.
2. يفضل الاعتماد على طريقة  $r-(k,d)$  class المدمجة حيث أنها الأفضل من بين مقدرات الدراسة الحالية.
3. يجب البحث واقتراح طرق تقدير جديدة تعتمد فكرتها على دمج المقدرات وخاصة المقدرات المستخدمة في التغلب على كل مشكلة على حدة بخلاف طريقة المربعات الصغرى العادية.

## المراجع

### أولاً: المراجع باللغة العربية

- الجهاز المركزي للإحصاء (2022). بيانات سنوية عن كميات إنتاج القمح من الفترة 2017 – 2021 لخمس عشرة محافظة لإنتاج القمح. مديرية الإحصاء الزراعي، وزارة الزراعة، جمهورية العراق.
- حسين، محمد (2023). كفاءة بعض مقدرات نموذج الانحدار الخطي في ظل وجود مشكلتي الارتباط السلسلي والازدواج الخطي – دراسة قياسية (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية الأعمال، الاسكندرية، جمهورية مصر العربية.

### ثانياً: المراجع باللغة الاجنبية

- Ahmed, A. E., Ali, H. M., & Amal, H. A. (2021). Almost Unbiased Liu Principal Component Estimator in the Presence of Multicollinearity and Autocorrelation. *The Egyptian Statistical Journal*, 64(1), 21-33.
- Arowolo, T. O., Adewale, F. L., & Kayode, A. (2016). A Comparative Study of Some Method of Handling Multicollinearity in an Autocorrelated Error. *African Journal of Science and Technology (AJST)*, 13(2), 68.
- Baye, M. R. & Parker, D. F. (1984). Combining Ridge and Principal Component Regression: A money Demand Illustration. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, Vol. 13, No. 2, pp. 197-205.
- Chandra, S., & Tyagi, G. (2017). A General Class of Biased Estimators in the Presence of Multicollinearity with Autocorrelated Errors, *International Journal of mathematics and statistics*, Vol. 19, No. 2, pp. 30-49.
- Dawoud, I. (2023). A Proposed Biased Regression Estimator for Treating the Existence of Autocorrelation and Multicollinearity. *The Journal of Natural Sciences*, 25(01), 33-46.
- Firinguetti, L. L. (1989). A Simulation Study of Ridge Regression Estimators with Autocorrelated Errors. *Communications in Statistics-simulation and computation*, 18(2), 673-702.
- Greene, W. (2003). *Econometric Analysis*. New Jersey, Prentice Hall.
- Gujarati, N. D. (2003). *Basic Econometrics (4th Ed.)*. New Delhi: Tata McGraw-Hill, 748, 807.

- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2008). *Basic Econometric (Edisi Kelima)*.
- Gunst, R. F., & Mason, R. L. (1979). Some Considerations in the Evaluation of Alternate Prediction Equations. *Technometrics*, 21(1), 55-63.
- Hoerl, A. E. & Kennard, R.W. (1970). Ridge Regression: Biased estimation for non-orthogonal problems. *Technometrics*, 12, 55-67.
- Hussein, Y. A. (2009). A Simulation Study of Ridge Regression Method with Autocorrelated Error. *Journal of Shendi University*, 7, 1-19.
- Hussein, Y.A. (2005). Study of Biased Estimation Methods with Autocorrelated Errors using Simulation, Ph.D. Thesis, *Sudan University of Science and technology, Khartoum, Sudan*.
- Huang, J., & Yang, H. (2015). On A Principal Component Two-Parameter Estimator in Linear Model with Autocorrelated Errors. *Statistical Papers*, 56(1), 217-230.
- Koutsoyiannis, A. (1977). *Theory of Econometrics*. Palgrave publishers, 2nd Edition.
- Kejian, L.(1993).A New Class of Blased Estimate in Linear Regression. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 22(2), 393-402.
- Muhammad, I., Maria, J. & Muhammad, A. (2013). Comparison of Shrinkage Regression Methods for Remedy of Multicollinearity Problem. *Middle-East Journal of Scientific Research*, 14 (4), 570-579.
- Oyewole, O., & Agunbiade, D. A.(2020). Regression Techniques in the Presence of Multicollinearity and Autocorrelation Phenomena: *monte carlo approach*. *Anale. Seria Informatica*. Vol. XVIII fasc.
- Ronald P.C & Jeffrey K.S.(2006). Applied Statistics and the SAS Programing Language ,5th ed. ,*Pearson Prentice Hall, Pearson Education , Inc. USA*.
- Trenkler, G. (1984). On the Performance of Biased Estimators in the Linear Regression Model with Correlated or Heteroscedastic Errors. *Journal of Econometrics*, Vol. 25, , No. 2, 179-190.
- Üstündag Şiray, G., Kaçiranlar, S., & Sakallıoğlu, S. (2014).  $r-k$  Class Estimator in the Linear Regression Model with Correlated Errors. *Statistical Papers*, 55(2).

- Wooldridge, J. M. (2002). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Yan. X & Gang S. X.(2009). *Linear Regression Analysis, Theory and Computing*. published by world scientific publishing. Co. Pte. Ltd, London.

## A Comparative Study of Some Treatments For the Problems of Multicollinearity and Autocorrelation of Residuals

Mr. Mohammed Abdullah Hussein

Prof. Moustafa Abdel Moneim EL-Khawaga Dr. Ahmed Mohammed karosa

### Abstract

This study deals with a comparison of the performance of an  $r(k,d)$  class estimator which includes several estimators treatments for the problems, and  $(r-k)$  class estimator and combined estimators method (CEM) and Ordinary least squares (OLS) estimator when there is a problem of multicollinearity and auto-correlated errors in the data. The performance of the estimators was compared in order to obtain the best estimator to overcome the two problems together using root mean square error. It was found that the estimator is the best  $r(k,d)$  class estimator and then the (CEM) estimator.

### Keywords

Multiple linear regression, Ordinary least squares,  $r(k,d)$  class estimator,  $(r-k)$  class estimator, Combined estimators method (CEM).

### التوثيق المقترح للدراسة وفقا لنظام APA

خميس، محمد عبدالله حسين؛ الخواجة، مصطفى عبد المنعم؛ قاروصة، احمد محمد (2023). دراسة مقارنة لبعض معالجات مشكلتي الإزدواج الخطي والإرتباط الذاتي للبواقي. مجلة جامعة الإسكندرية للعلوم الإدارية، كلية التجارة، جامعة الإسكندرية 60(4)، 347-363.